

Lia Elena Aciu

Dan Ștefan Bidian

Luminița Barote

**Ecuatiile fizicii matematice –  
Suport de curs și aplicații**

2023



EDITURA  
UNIVERSITĂȚII  
TRANSILVANIA  
DIN BRAȘOV

ISBN 978-606-19-1670-2

*„Iată în ce sens voim să fim originali:  
să reliefăm în sufletul nostru ideea cea mai puternică, cea mai fecundă și  
să iluminăm cu ea colțurile cele mai ascunse ale eului.”  
„Un profesor bun e cel care te face ca lucrurile mai grele să ți se pară ușoare.”*

(Grigore Moisil)

# CUPRINS

<b>NOȚIUNI INTRODUCTIVE.....</b>	<b>9</b>
1. Importanța studierii câmpului electromagnetic.....	9
2. Considerații generale asupra studiului fenomenelor electromagnetice .....	12
3. Conceptul de mărime fizică.....	14
4. Teoriile fenomenelor electromagnetice.....	15
<b>ECUAȚIILE FUNDAMENTALE ALE CÂMPULUI ELECTROSTATIC – P1 .....</b>	<b>19</b>
1. Fenomene de electrizare.....	19
2. Sarcina electrică. Densități de sarcină electrică.....	20
3. Intensitatea câmpului electric.....	23
4. Spectrul liniilor de câmp electric .....	24
5. Formula lui Coulomb .....	26
6. Câmpul electric produs de un corp punctiform încărcat cu sarcina q .....	28
7. Inducția electrică în vid .....	29
8. Tensiunea electrică în vid .....	29
<b>CURSUL 2.....</b>	<b>31</b>
<b>ECUAȚIILE FUNDAMENTALE ALE CÂMPULUI ELECTROSTATIC – P2 .....</b>	<b>31</b>

9. Câmpul electric în dielectrics.....	31
10. Relațiile fundamentale ale electrostaticii .....	34
11. Capacitatea electrică. Condensatoare.....	40
12. Energia câmpului electrostatic.....	44
13. Aplicații .....	45
<b>CURSUL 3.....</b>	<b>49</b>
<b>ECUAȚIILE FUNDAMENTALE ALE CÂMPULUI ELECTROSTATIC – P3 .....</b>	<b>49</b>
14. Condiția de echilibru electrostatic.....	49
15. Teoremele forțelor generalizate.....	53
<b>METODE DE DETERMINARE A CÂMPULUI ELECTROSTATIC .....</b>	<b>56</b>
1. Metoda fluxului electric (metoda fundamentală).....	56
2. Aplicații .....	58
3. Metoda aproximării liniilor de câmp electric prin drepte și arce de cerc .....	62
4. Metoda imaginilor .....	65
<b>REGIMUL ELECTROKINETIC – P1 .....</b>	<b>68</b>
1. Conductoare, izolanți, semiconductoare.....	69
2. Câmpul electric în sens larg. Tensiunea electrică. Tensiunea electromotoare.....	71
<b>CURSUL 4.....</b>	<b>74</b>
<b>REGIMUL ELECTROKINETIC – P2 .....</b>	<b>74</b>
3. Câmpurile electrice imprimare .....	74

4. Aplicații ale regimului electrocinetic: Sisteme de stocare și producere a energiei electrice .....	82
<b>CURSUL 5.....</b>	<b>96</b>
<b>REGIMUL ELECTROKINETIC - P3 .....</b>	<b>96</b>
5.. Surse ideale și reale în circuitele de curent continuu .....	96
6. Teorema transferului maxim de putere pe la borne .....	101
<b>ECUAȚIILE FUNDAMENTALE ALE REGIMULUI ELECTROKINETIC .....</b>	<b>106</b>
1. Legea conservării sarcinii electrice.....	106
2. Legea conducției electrice .....	109
3. Legea transformării energiei în conductoare .....	119
<b>CURSUL 6.....</b>	<b>124</b>
<b>ELECTRODINAMICA .....</b>	<b>124</b>
1. Câmpul magnetic în vid .....	124
2. Câmpul magnetic în corpuri.....	129
<b>ECUAȚIILE FUNDAMENTALE ALE ELECTRODINAMICII – P1 .....</b>	<b>132</b>
1. Legea magnetizației temporare .....	132
2. Legea legăturii între inducția magnetică $\vec{B}$ , intensitatea câmpului magnetic $\vec{H}$ și magnetizația $\vec{M}$ .....	133
3. Legea fluxului magnetic.....	133
4. Legea circuitului magnetic.....	136
5. Teorema Biot-Savart-Laplace.....	140

CURSUL 7.....	141
<b>ECUAȚIILE FUNDAMENTALE ALE ELECTRODINAMICII – P2 .....</b>	<b>141</b>
6. Aplicații .....	141
7. Teoremele refracției liniilor de câmp magnetic la suprafața de separație a două medii .....	147
8. Legea inducției electromagnetice (legea lui Faraday).....	150
9. Aplicații ale legii inducției electromagnetice .....	153
10.Comportarea materialelor introduse în câmp magnetic .....	159
11.Circuite magnetice.....	164
<b>CURSUL 8.....</b>	<b>179</b>
<b>ECUAȚIILE FUNDAMENTALE ALE ELECTRODINAMICII – P3 .....</b>	<b>179</b>
12.Definirea inductanțelor (inductivităților).....	179
13.Energia și forțele în câmpul magnetic.....	188
<b>REGIMUL TRANZITORIU AL CIRCUITELOR ELECTRICE LINIARE .....</b>	<b>201</b>
<b>METODE DE REZOLVARE A CIRCUITELOR LINIARE ÎN REGIM TRANZITORIU – P1 .....</b>	<b>203</b>
1. Metoda integrării directe (metoda analitică).....	203
<b>CURSUL 9.....</b>	<b>211</b>
<b>METODE DE REZOLVARE A CIRCUITELOR LINIARE ÎN REGIM TRANZITORIU – P2 .....</b>	<b>211</b>
2. Metoda analizei spectrale (integrala/transformata Fourier) .....	219
3. Metoda răspunsului tranzitoriu (integrala Duhamel).....	226

CURSUL 10.....	230
<b>METODE DE REZOLVARE A CIRCUITELOR LINIARE ÎN REGIM TRANZITORIU – P3</b> .....	<b>230</b>
4. Metoda operațională de rezolvare a circuitelor electrice în regim tranzitoriu .....	230
CURSUL 11 .....	251
<b>DIFUZIA CÂMPULUI ELECTROMAGNETIC ȘI RADIAȚIA ELECTROMAGNETICĂ.</b>	<b>251</b>
<b>ECUAȚIILE DE PROPAGARE A CÂMPULUI ELECTROMAGNETIC</b> .....	<b>256</b>
CURSUL 12.....	274
<b>CUADRIPOLI</b> .....	<b>274</b>
1. Ecuațiile fundamentale ale unui cuadripol electric diport.....	275
2. Determinarea parametrilor unui cuadripol .....	277
3. Impedanța caracteristică.....	286
4. Utilizarea calculului matricial la scrierea ecuațiilor de funcționare ale unui cuadripol .....	287
5. Conexiunile cuadripolilor .....	288
CURSUL 13.....	293
<b>FILTRE ELECTRICE (DE PULSAȚIE)</b> .....	<b>293</b>
1. Studiul analitic al unor tipuri de filtre .....	295
2. Aplicații numerice .....	301
CURSUL 14.....	308

<b>LINII ELCTRICE LUNGI .....</b>	<b>308</b>
1. Parametrii lineici .....	308
2. Ecuatiile telegrafistilor .....	312
3. Regimul sinusoidal al liniilor electrice lungi .....	315
4. Ecuatiile liniilor electrice lungi .....	322
<b>BIBLIOGRAFIE .....</b>	<b>324</b>



## NOȚIUNI INTRODUCTIVE

### 1. Importanța studierii câmpului electromagnetic

Evoluția societății moderne nu poate fi concepută fără utilizarea pe scară largă a energiei electromagnetice în toate ramurile economiei, în sectorul social, cultural și în cel casnic. Dealtfel, producția și consumul specific de energie electrică, raportat pe cap de locuitor, reprezintă un indice de evaluare a nivelului de civilizație ( tehnic și social) atins. În perioada actuală, datorită rezervelor naturale limitate, accentul cade pe dezvoltarea durabilă a societății; în acest sens, utilizarea eficientă a energiilor ( inclusiv electromagnetică) și asigurarea calității mediului joacă un rol esențial.

Figura 1 ilustrează spectrul de frecvențe utilizat pe scară largă de instalațiile electrice și electronice din epoca modernă. Domeniul frecvențelor aplicațiilor tehnice s-a extins continuu, de la frecvențe de ordinul Hz până la ordinul GHz, corespunzând la lungimi de undă de la  $10^6$  m la  $10^{-1}$  m.

Atât mediul socio-profesional cât și cel casnic, este invadat de instalații electrotehnice și electronice de mică și medie putere, mai ales la categoriile de populație cu ocupații și preocupări în sau conexe informaticii, telefoniei, instalațiilor/sistemelor electrice din industrie și economie.

Civilizația modernă este caracterizată de o creștere explozivă a utilizatorilor de energie electrică precum și de o puternică dezvoltare a aplicațiilor în domeniul transmiterii informației pe suport electromagnetic. Aceasta a condus gradat la

apariția a numeroase probleme legate de expunerea mediului biologic la influența câmpului electromagnetic.

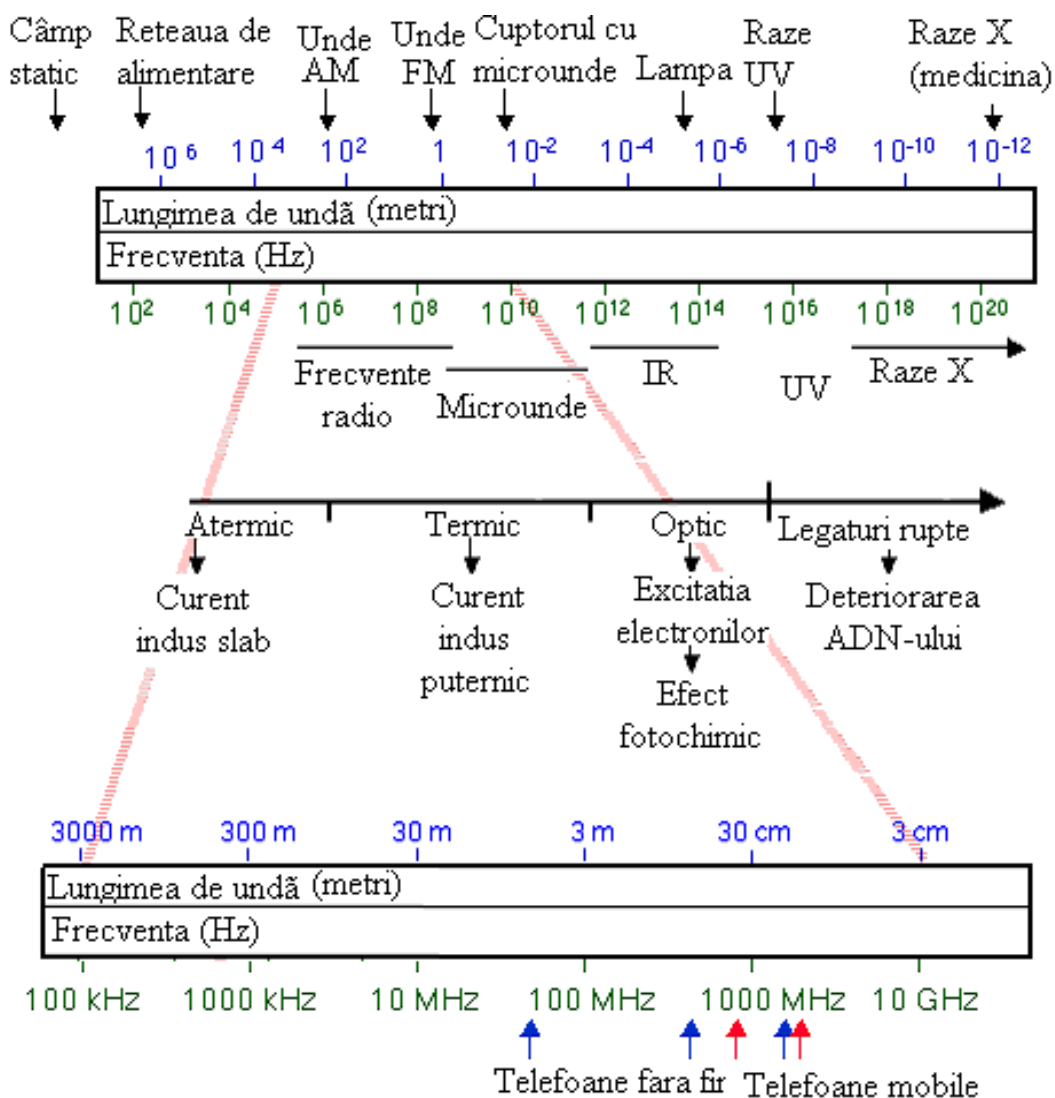


Fig. 1.1. Spectrul frecvențelor și a lungimilor de undă ale undelor electromagnetice