# FIZICĂ II

## *Fizica sistemelor medicale*

BOER Attila

EDITURA
UNIVERSITĂȚII
TRANSILVANIA
DIN BRAȘOV

2023

# Cuprins

# Prefață

Volumul de față are la bază cursul Fizică II (Fizica sistemelor medicale), pe care l-am ținut în ultimii ani la specializarea Inginerie medicală de la Universitatea Transilvania din Brașov, Facultatea de Design de Produs și Mediu.

Lucrarea acoperă următoarele teme:

- Oscilații mecanice și unde elastice
- Mecanica fluidelor
- Fizica temperaturilor joase
- Fizica statistică
- Fizica atomică
- Fizica nucleară

În cadrul fiecărui capitol sunt prezentate principiile și legile referitoare la fenomenele fizice studiate, precum și aplicații în domeniul medical. Lucrarea cuprinde și o serie de probleme propuse spre rezolvare. Domeniul opticii nu este discutat în cadrul acestei cărți, deoarece fenomenele optice sunt prezentate în detaliu la cursurile de Optoelectronică și Inginerie optică.

Cartea se adresează în primul rând studenților din anul II de la specializarea de Inginerie medicală, dar poate fi utilizată cu succes și de către studenți de la alte specializări inginerești în scopul aprofundării cunoștințelor din domeniul fizicii.

Aș dori să-i mulțumesc pe această cale soției mele pentru încurajare și răbdarea de care a dat dovadă pe parcursul scrierii lucrării.

# 1

# Oscilații mecanice și unde elastice

## 1–1 Oscilații liniare libere

În cazul mișcării oscilatorii coordonatele punctului material se abat foarte puțin față de o anumită valoare ce corespunde stării de echilibru.

Când punctul material se depărtează de starea de echilibru apar forțe conservative ce tind să-l readucă în starea de echilibru.

Dacă forțele respective sunt proporționale cu puterea întâi a coordonatei, oscilațiile se numesc *liniare*. În cazul în care în expresia forței apar și termeni de ordin superior, vorbim despre oscilații *neliniare*.

Considerăm un punct material asupra căruia acționează o

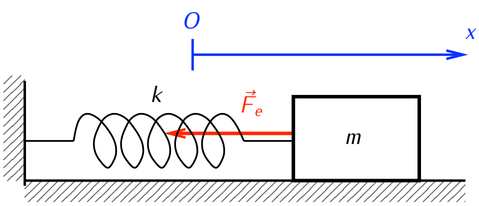


**FIGURA 1–1** Oscilații liniare libere sub acțiunea unei forțe elastice

forță elastică de forma: $F_e = -kx$ (vezi figura 1–1).

Aplicând principiul al doilea al dinamicii obținem:

$$m\ddot{x} = -kx \implies m\ddot{x} + kx = 0 \qquad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Obținem astfel *ecuația diferențială a mișcării oscilatorii*:

$$\boxed{\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0} \tag{1–1}$$

Soluția ecuației este de forma: $x = Ce^{\lambda t}$. Deoarece $\ddot{x} = C\lambda^2 e^{\lambda t}$, obținem *ecuația caracteristică*:

$$\lambda^2 + \omega_0^2 = 0$$

care are soluțiile:

$$\lambda_{1,2} = \pm i\omega_0$$

Prin urmare soluția generală a ecuației (1–1) este:

$$x = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t}$$

sau

$$x = C_1 e^{i\omega_0 t} + C_2 e^{-i\omega_0 t} \tag{1–2}$$

unde $C_1$ și $C_2$ sunt constante complexe.

Folosim formula lui Euler: $e^{i\alpha} = \cos\alpha + i\sin\alpha$. Rezultă:

$$\begin{aligned} x &= (C_1 + C_2)\cos\omega_0 t + i(C_1 - C_2)\sin\omega_0 t = \\ &= a\cos\omega_0 t + b\sin\omega_0 t = \\ &= b\left(\frac{a}{b}\cos\omega_0 t + \sin\omega_0 t\right) \end{aligned}$$

Introducem notațiile: $\frac{a}{b} = \operatorname{tg}\varphi_0$, $\frac{b}{\cos\varphi_0} = A$. Obținem:

$$\begin{aligned} x &= A\left(\cos\omega_0 t \sin\varphi_0 + \sin\omega_0 t \cos\varphi_0\right) = \\ &= A\sin\left(\omega_0 t + \varphi_0\right) \end{aligned}$$

Dependența de timp a elongației $x$ este descrisă de ecuația:

$$\boxed{x = A\sin\left(\omega_0 t + \varphi_0\right)} \tag{1–3}$$

Semnificațiile fizice ale mărimilor care apar în relația de mai sus sunt următoarele:

$x$ – elongația
$t$ – timpul
$A$ – amplitudinea
$\omega_0$ – pulsația proprie a oscilatorului
$\varphi_0$ – faza inițială

Mișcarea oscilatorie este o mișcare periodică. Notăm cu $T$ perioada mișcării oscilatorii.

$$x(t+T) = x(t) \Longrightarrow \sin\left[\omega_0(t+T) + \varphi_0\right] = \sin\left(\omega_0 t + \varphi_0\right)$$

$$\omega_0(t+T) + \varphi_0 = \omega_0 t + \varphi_0 + 2\pi \Longrightarrow T = \frac{2\pi}{\omega_0}$$

*Frecvența* mișcării oscilatorii este egală cu inversul perioadei: $\nu = \frac{1}{T}$. Unitatea de măsură a frecvenței este Hz (Hertz).

Mișcarea oscilatorie poate fi tratată ca o proiecție a mișcării circulare uniforme pe o axă ($Ox$ sau $Oy$) (vezi figura 1–2). Viteza unghiulară a mișcării circulare corespunde pulsației mișcării oscilatorii.

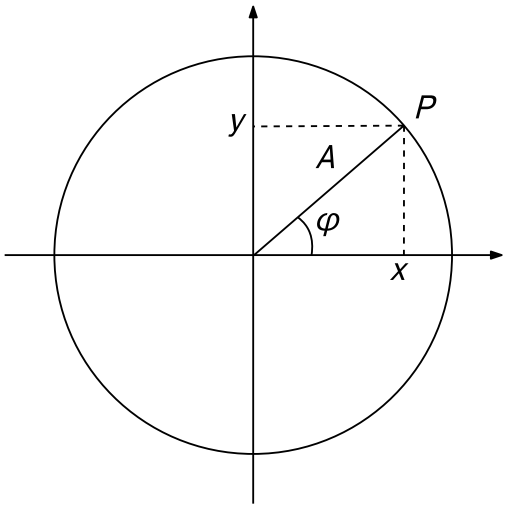


**FIGURA 1–2** Mișcarea oscilatorie ca proiecție a mișcării circulare uniforme

Dacă notăm cu $\varphi_0$ valoarea inițială a unghiului $\varphi$ vom avea:

$$\omega_0 = \frac{\varphi - \varphi_0}{t} \implies \varphi = \omega_0 t + \varphi_0$$

Obținem atunci pentru dependența de timp a coordonatelor $x$ și $y$ următoarele ecuații:

$$\begin{cases} x = A\cos\varphi = A\cos\left(\omega_0 t + \varphi_0\right) \\ y = A\sin\varphi = A\sin\left(\omega_0 t + \varphi_0\right) \end{cases} \tag{1–4}$$

Ținând cont de principiul fundamental al dinamicii $F_e = m\,a_x$ și de expresia accelerației $a_x = -\omega_0^2 x$, obținem relația dintre pulsația proprie a mișcării oscilatorii și constanta elastică.

$$\boxed{\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}} \tag{1–5}$$

Figura 1–3 prezintă graficul elongației în funcție de timp pentru $A = 2\,\mathrm{cm}$, $\nu = 2\,\mathrm{Hz}$ și $\varphi_0 = \pi/6$.